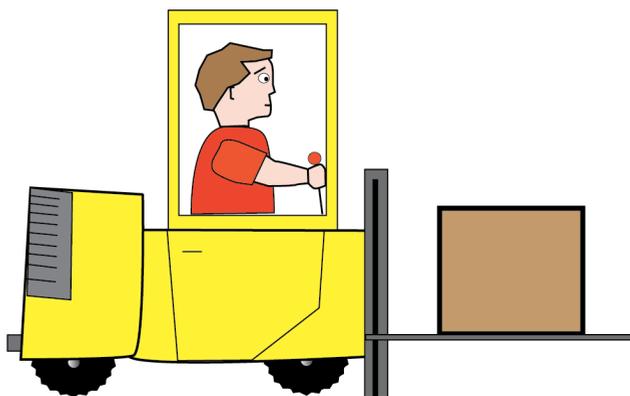


Problema 4.26.

Palabras clave: determinar si un objeto se desliza o no, fuerza total que un objeto ejerce sobre el que está debajo.

Un pequeño camión que tiene aceleración de magnitud de 5 m/s^2 lleva una caja de 50 kilogramos de masa sobre un soporte en su parte delantera, como se ve en el dibujo. Entre la caja y el soporte del camión hay un coeficiente de fricción estático de 0.4 y un coeficiente de fricción dinámico de 0.2.

- (a) ¿Se desliza o no se desliza la caja?
- (b) Con base en (a), ¿cuál es la aceleración de la caja?
- (c) ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza total que la caja ejerce sobre el soporte del camión?

**Solución****¿Qué información nos dan?**

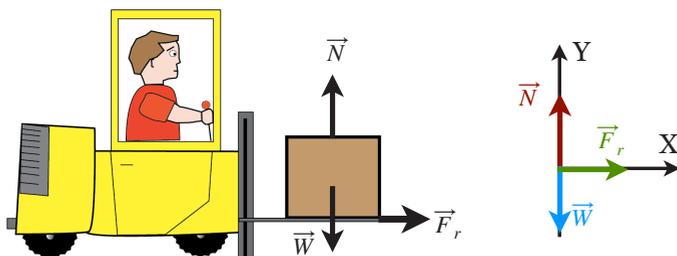
(a), (b) y (c) La masa de la caja es de 50 kilogramos, el coeficiente de fricción estático es 0.4, el coeficiente de fricción dinámico es 0.2 y la magnitud de la aceleración del camión es de 5 m/s^2 .

¿Qué nos piden?

- (a) Decir si se desliza o no se desliza la caja.
- (b) Determinar la aceleración de la caja.
- (c) Hallar la magnitud y dirección de la fuerza total que la caja ejerce sobre el soporte del camión.

(a) Para saber si la caja se desliza podemos razonar de la siguiente forma: si no se desliza, entonces inferimos que entre el soporte y la caja hay una fuerza de fricción estática y que esa fuerza de fricción estática tiene que ser capaz de darle a la caja la misma aceleración que tiene el camión. Si la aceleración de la caja es menor que la aceleración del camión la caja se desliza. Así que para saber si esta se desliza sólo debemos calcular la aceleración que la fuerza de fricción estática le da a la caja y ver si esa aceleración es igual a la del camión. Si vemos que esa fuerza no le da la aceleración suficiente a la caja, entonces podemos inferir que la caja se desliza y la fuerza de fricción es dinámica.

Realicemos un diagrama de fuerzas de la caja. Sobre la caja actúa el peso de la caja, la normal que le hace el soporte y la fricción que por ahora vamos a suponer que es estática. Mientras el camión acelera, la caja tiende a deslizarse, es decir, tiende a moverse hacia la parte de atrás del soporte (si nosotros fuéramos la caja, tenderíamos a caernos hacia atrás). Como la dirección de la fricción estática es opuesta a la dirección en la que el objeto tiende a deslizarse, podemos inferir que la fricción estática apunta hacia adelante. De hecho, la única fuerza en X sobre la caja es esta fricción así que la única forma de que la caja acelere igual que el camión es si esta fricción apunta hacia adelante:



Sobre la caja actúa el peso, la normal que le hace el soporte y la fricción que le hace el soporte, la cual apunta hacia adelante (por ahora suponemos que esta fricción es estática).

En X sólo actúa una fuerza sobre la caja, a saber, la fricción estática que le hace el soporte. Además, la aceleración en X es positiva, así que en X la ecuación de fuerza de la caja es

$$F_r \hat{x} = m a_x \hat{x}. \quad (1)$$

Si aplicamos la regla de oro y dividimos por la masa la ecuación (1) queda así:

$$\frac{F_r}{m} = a_x. \quad (2)$$

Queremos hallar la máxima aceleración que la fricción le hace a la caja para saber si es suficiente para que la caja acelere igual que el camión. Como es la

máxima aceleración, la fricción estática debe ser máxima, así que la magnitud de esta fuerza es $\mu_e N$:

$$\frac{\mu_e N}{m} = a_x. \quad (3)$$

De la anterior ecuación no conocemos la normal N . Para hallar N debemos usar la ecuación de fuerzas en Y . En Y hay dos fuerzas, el peso y la normal:

$$N \hat{y} - W \hat{y} = m a_y \hat{y}. \quad (4)$$

Como $W = mg$, y como en Y la caja no tiene aceleración, esta ecuación queda

$$N \hat{y} - mg \hat{y} = 0 \hat{y}. \quad (5)$$

Si aplicamos la regla de oro y despejamos la normal, obtenemos

$$N = mg. \quad (6)$$

Finalmente, usamos este resultado en la ecuación (3):

$$\frac{\mu_e \overbrace{(mg)}^N}{m} = a_x. \quad (7)$$

Si cancelamos las masas obtenemos finalmente una expresión para la aceleración de la caja:

$$\mu_e g = a_x. \quad (8)$$

Usemos ahora el valor de las variables:

$$\overbrace{(0.4)}^{\mu_e} (9.81 \text{ m/s}^2) = 3.92 \text{ m/s}^2 = a_x. \quad (9)$$

Como la aceleración máxima que la fuerza de fricción estática le da a la caja es menor que la del camión, que es 5 m/s^2 , podemos inferir que la caja se desliza.

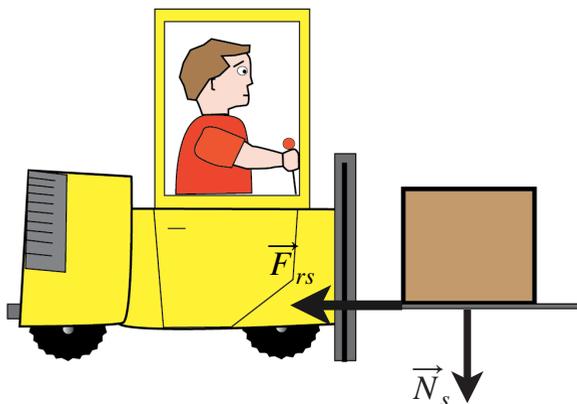
(b) Podríamos creer que la aceleración de la caja es la calculada en la sección anterior con la ecuación (9). Sin embargo, la aceleración dada por la ecuación (9) fue calculada suponiendo que la fricción es estática y ya sabemos que la caja se desliza, así que la fricción no es estática. Pero la única diferencia que surge en las ecuaciones de la pregunta (a) en el caso en que la fricción es dinámica es que el coeficiente de fricción es dinámico y este coeficiente es 0.2. Note que la dirección de la fricción dinámica es igual que la estática, pues al deslizarse la caja se mueve hacia la parte de atrás del soporte, así que el soporte le hace una fuerza de fricción hacia adelante.

Como el diagrama de fuerzas no cambia con respecto al numeral anterior, podemos volver a usar la ecuación (9), sólo que ahora debemos usar el coeficiente de fricción dinámico:

$$\overbrace{(0.2)}^{\mu_d} (9.81 \text{ m/s}^2) = 1.96 \text{ m/s}^2 = a_x. \quad (10)$$

Notemos que la aceleración de la caja es bastante menor que la aceleración del camión.

(c) Para hallar la magnitud de la fuerza total que la caja ejerce sobre el soporte del camión podemos usar la tercera ley de Newton. Como el soporte le hace una fuerza normal a la caja, por la tercera ley de Newton la caja le hace una fuerza normal al soporte de igual magnitud pero dirección contraria. Además, como el soporte le hace una fuerza de fricción dinámica a la caja que apunta hacia adelante, la caja le hace una fuerza de fricción dinámica al soporte que apunta hacia atrás, y que tiene la misma magnitud:



La caja ejerce dos fuerzas sobre el soporte; una fuerza de fricción que apunta hacia atrás y una fuerza normal que apunta hacia abajo. Notemos que les hemos puesto un subíndice "s" a las fuerzas para distinguirlas de las fuerzas sobre la caja. Tenga en cuenta que este no es un diagrama de fuerzas completo del soporte.

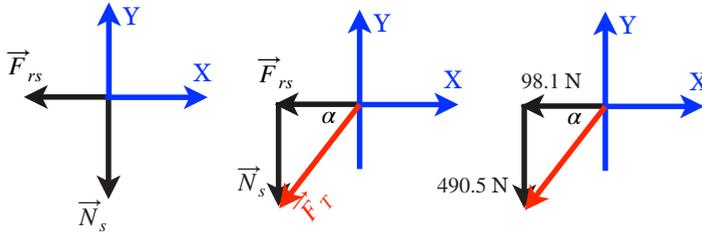
La magnitud de la normal que la caja le hace al soporte es la misma que el soporte le hace a la caja, la cual está dada por la ecuación (6). Si usamos el hecho de que la masa de la caja es de 50 kilogramos, esta magnitud de la normal nos da

$$N = \underbrace{(50 \text{ kg})}_m (9.81 \text{ m/s}^2) = 490.5 \text{ N}. \quad (11)$$

La fricción que la caja le hace al soporte es de la misma magnitud que la fricción que el soporte le hace a la caja y se calcula usando:

$$F_r = \mu_d N = (0.2)(490.5 \text{ N}) = 98.1 \text{ N}. \quad (12)$$

Notemos que la fuerza normal es en Y y la de fricción es en X, así que la fuerza total que la caja ejerce sobre el soporte se puede calcular usando el teorema de Pitágoras:



Primero pusimos las dos fuerzas que hace la caja sobre el soporte en el origen del sistema de coordenadas. Después trazamos el vector de la fuerza total (en rojo), donde se puede ver claramente que la fuerza de fricción es la componente X y la fuerza normal es la componente Y de esta fuerza total. Además, el ángulo α nos servirá para indicar la dirección de la fuerza. Finalmente, indicamos la magnitud de cada una de estas fuerzas.

Como se puede apreciar de la figura anterior, la magnitud de la fuerza total que la caja hace sobre el soporte es

$$\|\vec{F}_T\| = \sqrt{\underbrace{(98.1 \text{ N})^2}_{F_{rs}} + \underbrace{(490.5 \text{ N})^2}_N} = 500.21 \text{ N}. \quad (13)$$

Finalmente, la dirección de esta fuerza se puede dar en términos del ángulo α . Notemos que el cateto opuesto es de 490.5 N y el cateto adyacente es de 98.1 N así que la tangente de α nos da

$$\tan \alpha = \frac{\overbrace{490.5 \text{ N}}^N}{\underbrace{98.1 \text{ N}}_{F_r}} = 5. \quad (14)$$

Así que α es igual a

$$\alpha = \arctan 5 = 78.69^\circ. \quad (15)$$

Es decir, la fuerza total que la caja ejerce sobre el soporte tiene dirección de 78.69 grados en el sentido contrario de las manecillas del reloj con respecto a la parte negativa del eje X. La magnitud de esta fuerza es de 500.21 newtons.